**Секреты математики для увлеченных Занятие 21.04.2020**

**Применение полученных знаний и отработка навыков**

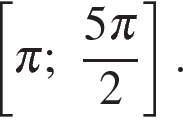
**математической грамотности (Занятие №3)**

**Ход занятия:**

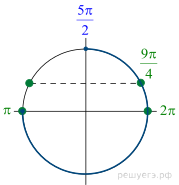
Используя полученные знания, решите представленные ниже задания. Оценку выполнения просмотреть и применить для себя.

**Задание для решения:**

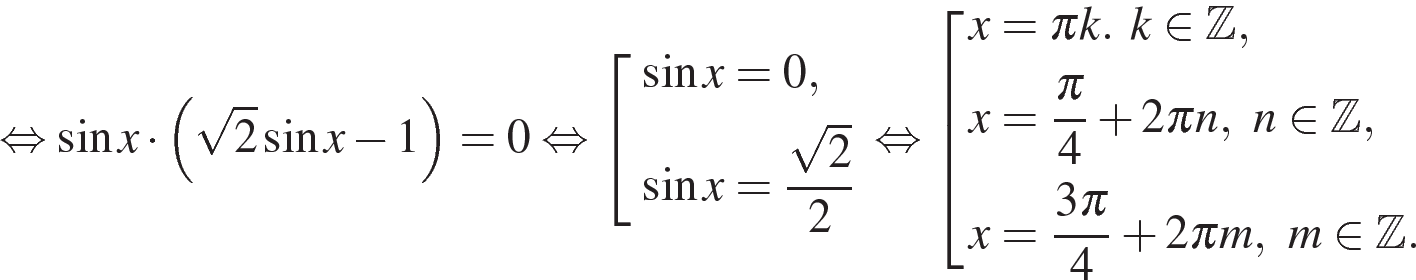
**13.** а) Решите уравнение .

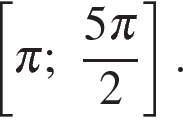
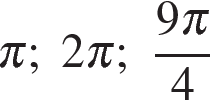
б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку 

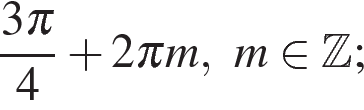
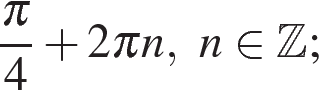
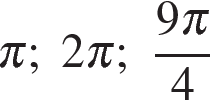
**Решение.**

а) Запишем исходное уравнение в виде:





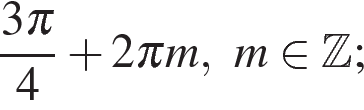
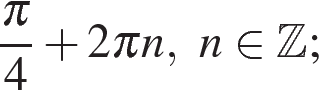
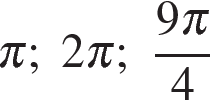
б) С помощью числовой окружности отберем корни, принадлежащие отрезку Получим числа: .

Ответ: а) https://ege.sdamgia.ru/formula/e9/e94f42f2655b9e9ee1cbbb3581d97b6dp.pnghttps://ege.sdamgia.ru/formula/52/5265ce5dc37e7e2e00b1ba5060f3d11ep.pngб) .

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах. | 2 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*  ИЛИ  получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта и *а* пункта *б* | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

520944

а) https://ege.sdamgia.ru/formula/e9/e94f42f2655b9e9ee1cbbb3581d97b6dp.pnghttps://ege.sdamgia.ru/formula/52/5265ce5dc37e7e2e00b1ba5060f3d11ep.pngб) .

Источник: ЕГЭ — 2018. Ос­нов­ная волна 01.06.2018. Вариант 326 (C часть)., За­да­ния 13 (С1) ЕГЭ 2018

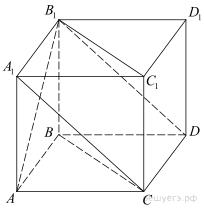
**14. Задание 14 №**[**507788**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=507788)

**14.** Сторона основания правильной треугольной призмы *ABCA*1*B*1*C*1 равна 8. Высота этой призмы равна 6.

а) Докажите, что плоскость, содержащая прямую *AB*1 и параллельная прямой *CA*1 проходит через середину ребра *BC*.

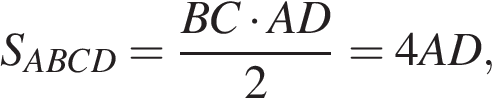
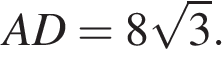
б) Найти угол между прямыми *CA*1 и *AB*1.

**Решение.**

Достроим треугольную прямую призму до четырехугольной прямой призмы, в основании которой ромб *ABDC*, составленный из двух равносторонних треугольников.

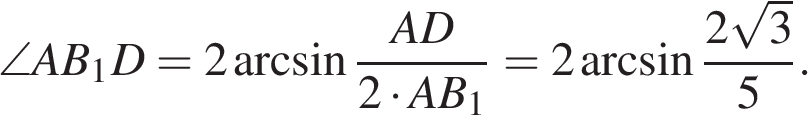
Полученная призма является прямым параллелепипедом. Поэтому https://ege.sdamgia.ru/formula/9b/9be3d5e0137cfd218c62557f2a364694p.png

а) Плоскость https://ege.sdamgia.ru/formula/96/96ecefd7f5b7e8c020c3d83869369b75p.pngпараллельна прямойhttps://ege.sdamgia.ru/formula/c0/c06a868840963505b565e423ca6c4644p.png по признаку параллельности. Диагонали ромба https://ege.sdamgia.ru/formula/28/284dc1a127782317834f7375e2df0b84p.pngпересекают друг друга посередине, поэтому плоскость https://ege.sdamgia.ru/formula/96/96ecefd7f5b7e8c020c3d83869369b75p.pngпроходит через середину ребра https://ege.sdamgia.ru/formula/f8/f85b7b377112c272bc87f3e73f10508dp.png.

б)https://ege.sdamgia.ru/formula/e7/e7add785885fdad617a076006379cf6fp.png, значит, искомый угол https://ege.sdamgia.ru/formula/30/30c1543288a4cb5eaeba44cc9e40a437p.pngРассмотрим ромб https://ege.sdamgia.ru/formula/04/0429ce460cb386fc4272d88f1690aae5p.pngплощадь ромба равна произведению квадрата его стороны на синус угла ромба: С другой стороны, площадь ромба можно найти как полупроизведение длин его диагоналей: следовательно, 

Из прямоугольного треугольника https://ege.sdamgia.ru/formula/72/726b852233e08844631dd1a900ac4fe5p.pngпо теореме Пифагора находим: https://ege.sdamgia.ru/formula/7e/7e1b69d521186a14c16bbe4175076a31p.pngАналогично, https://ege.sdamgia.ru/formula/1c/1c1b8d3439e2f1adad4d734d743f5de5p.pngЗначит, из равнобедренного треугольника

https://ege.sdamgia.ru/formula/06/063ad72ac3e5fc1b79155e5461a837abp.pngполучаем



**Примечание 1.**

Диагональ ромба можно было найти по теореме косинусов для треугольника *ABD*.

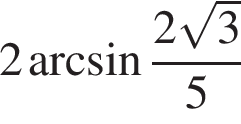
**Примечание 2.**

Для нахождения угла https://ege.sdamgia.ru/formula/96/96ecefd7f5b7e8c020c3d83869369b75p.pngможно применить в треугольнике https://ege.sdamgia.ru/formula/96/96ecefd7f5b7e8c020c3d83869369b75p.pngтеорему косинусов:





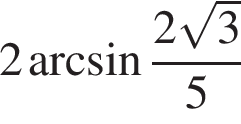
откуда https://ege.sdamgia.ru/formula/e4/e43cfcfd46e48ceed4f29a4361a51787p.png

Ответ: или 

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Обоснованно получен верный ответ. | 2 |
| Способ нахождения искомого угла верен, но получен неверный ответ или решение незакончено. | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

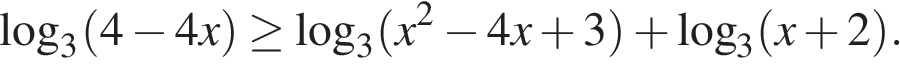
507788

или 

Методы геометрии: Метод площадей

Классификатор стереометрии: Построения в пространстве, Правильная треугольная призма

**15. Задание 15 №**[**526530**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=526530)

**15.** Решите неравенство 

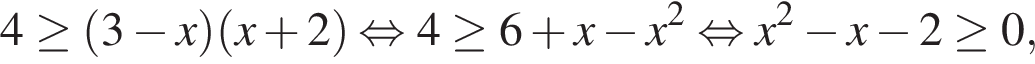
**Решение.**

Запишем исходное неравенство в виде

https://ege.sdamgia.ru/formula/65/651191d77d95a99be9c1fcfbfc9c18b8p.png

https://ege.sdamgia.ru/formula/80/8080f43b37dfc59aeec73097457f45b9p.png

Неравенство определено при https://ege.sdamgia.ru/formula/b9/b99686cbfb7ab86219028f45f34ea77ap.pngпоэтому при https://ege.sdamgia.ru/formula/1b/1b0029f39c4e470ed49ba8ff5f6b2569p.pngнеравенство принимает вид:



откуда https://ege.sdamgia.ru/formula/0b/0bcb5872c7a0770d7ed43abe19b8705fp.pnghttps://ege.sdamgia.ru/formula/93/930006522663b468c0dd825f03661ac4p.pngУчитывая ограничение https://ege.sdamgia.ru/formula/b9/b99686cbfb7ab86219028f45f34ea77ap.pngполучаем: https://ege.sdamgia.ru/formula/00/0026d6a73293873b079c4fd33840c64dp.png

Ответ:https://ege.sdamgia.ru/formula/62/629dc72df20c69cb9b66a44e9939e2dcp.png

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Обоснованно получен верный ответ. | 2 |
| Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки −1,  ИЛИ  получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. | 0 |

526530

https://ege.sdamgia.ru/formula/62/629dc72df20c69cb9b66a44e9939e2dcp.png

Источник: Основная волна ЕГЭ по математике 29.05.2019. Вариант 324, За­да­ния 15 (С3) ЕГЭ 2019

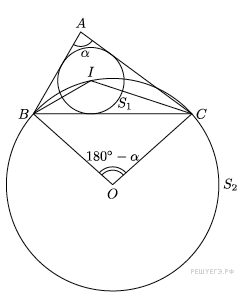
**16. Задание 16 №**[**520211**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=520211)

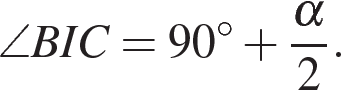
**16.** Точка *I* — центр окружности *S*1, вписанной в треугольник *ABC*, точка *O* — центр окружности *S*2, описанной около треугольника *BIC*.

а) Докажите, что точка *O* лежит на окружности, описанной около треугольника *ABC*.

б) Найдите косинус угла *BAC*, если радиус описанной окружности треугольника *ABC* относится к радиусу окружности *S*2 как 2:3.

**Решение.**



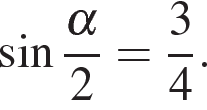
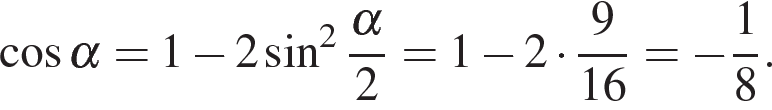
а) Обозначим https://ege.sdamgia.ru/formula/4c/4c7e037fd99110252e3e60d11819c628p.pngПоскольку *I* — точка пересечения биссектрис треугольника *ABC* , получаем, что Дуга *BC* окружности *S*2, не содержащая точки *I*, вдвое больше вписанного в эту окружность угла *BIC*, т. е. равна 180°+α. Значит, дуга *BIC* окружности *S*2 равна https://ege.sdamgia.ru/formula/12/1259e930cbb94cae218483a8fce6db7bp.pngСумма углов при вершинах *A* и *O* четырехугольника *ABOC* равна 180°, значит, этот четырехугольник вписанный. Следовательно, точка *O* лежит на окружности, описанной около треугольника *ABC*.

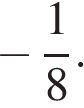
б) Пусть *r* и *R* — радиусы описанной окружности треугольника *ABC* и окружности *S*2 соответственно. По теореме синусов:



Значит,



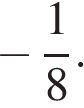
откуда Следовательно, 

Ответ:

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*. | 3 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте *б*.  ИЛИ  Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. | 2 |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*.  ИЛИ  При обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки.  ИЛИ  Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* и использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен. | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. | 0 |
| *Максимальный балл* | 3 |

520211



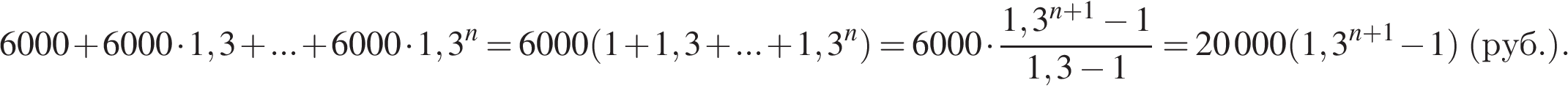
Классификатор планиметрии: Окружности и треугольники

**17. Задание 17 №**[**518112**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=518112)

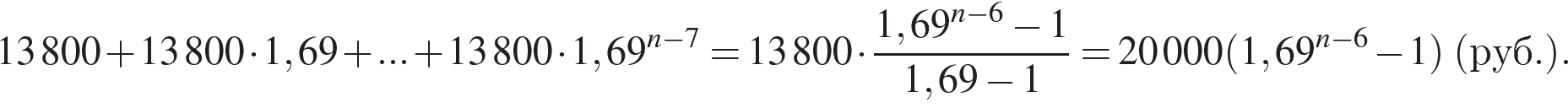
**17.** Мистер Джонсон по случаю своего тридцатилетия открыл 1 октября 2010 года в банке счёт, на который он ежегодно кладет 6000 рублей. По условиям вклада банк ежегодно начисляет 30% на сумму, находящуюся на счёте. Через 7 лет 1 октября 2017 года октября, следуя примеру мистера Джонсона, мистер Браун по случаю своего тридцатилетия тоже открыл в банке счет, на который ежегодно кладёт по 13 800 рублей, а банк начисляет 69% в год. В каком году после очередного пополнения суммы вкладов мистера Джонсона и мистера Брауна сравняются, если деньги со счетов не снимают?

**Решение.**

Через *n* лет 1 октября на первом счёте будет сумма (суммируем *n* + 1 член геометрической прогрессии)



В это же время на втором счёте будет сумма



Приравняем эти суммы и решим полученное уравнение:



Таким образом, суммы на счетах сравняются через 13 лет после открытия первого вклада, то есть в 2023 году.

Ответ: 2023.

**Критерии проверки:**

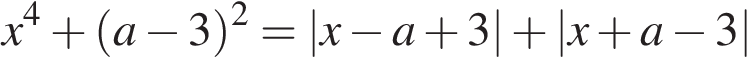
|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Обоснованно получен верный ответ | 3 |
| Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат:  — неверный ответ из-за вычислительной ошибки;  — верный ответ, но решение недостаточно обосновано | 2 |
| Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 3 |

518112

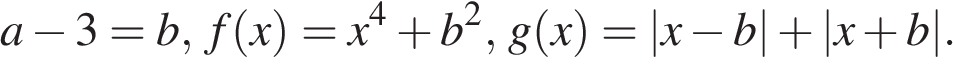
2023.

Раздел кодификатора ФИПИ/Решу ЕГЭ: [Задачи о вкладах](https://ege.sdamgia.ru/search?keywords=1&cb=1&search=Задачи%20о%20вкладах), [Задачи о кредитах](https://ege.sdamgia.ru/search?keywords=1&cb=1&search=Задачи%20о%20кредитах), [Общие задачи по финансовой математике](https://ege.sdamgia.ru/search?keywords=1&cb=1&search=Общие%20задачи%20по%20финансовой%20математике), [Банки, вклады, кредиты](https://ege.sdamgia.ru/search?keywords=1&cb=1&search=Банки,%20вклады,%20кредиты)

**18. Задание 18 №**[**500411**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=500411)

**18.** Найдите все значения https://ege.sdamgia.ru/formula/3d/3ded2184a3e467984dba5788f82cc430p.pngпри каждом из которых уравнение либо имеет единственное решение, либо не имеет решений.

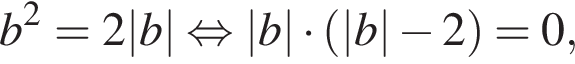
**Решение.**

Введём обозначения: 

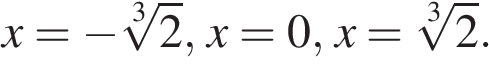
В этих обозначениях исходное уравнение принимает вид https://ege.sdamgia.ru/formula/7a/7a39b3deccbeb32640524a7530039014p.png

Если некоторое число https://ege.sdamgia.ru/formula/3e/3e0d691f3a530e6c7e079636f20c111bp.pngявляется решением этого уравнения, то и число https://ege.sdamgia.ru/formula/ba/bafe85a42129d01dbd3982a3e84292c9p.pngтакже является его решением, поскольку функции https://ege.sdamgia.ru/formula/50/50bbd36e1fd2333108437a2ca378be62p.pngи https://ege.sdamgia.ru/formula/e8/e84fec1e074026d6fa8e3155482c35c3p.png— чётные. Значит, если уравнение https://ege.sdamgia.ru/formula/8a/8a3b3801293d80e251c4e4bcf847a602p.pngимеет единственное решение, то это решение https://ege.sdamgia.ru/formula/b2/b2e1a7a40f43fe57ecb152ce9a784a08p.png

Решим уравнение https://ege.sdamgia.ru/formula/3d/3dbb65e61c0f42c00cdc4dd717a33be0p.pngотносительно https://ege.sdamgia.ru/formula/24/24770ff74ba7bcb097e609cc7358838ep.png

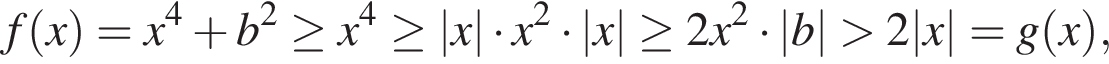


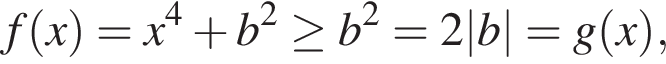
значит, https://ege.sdamgia.ru/formula/3d/3dad28281778d5ef4b7a78c7bc7a6b09p.pngявляется решением уравнения https://ege.sdamgia.ru/formula/1d/1d3358ccb21629fb05fe809ffd62fb05p.pngпри https://ege.sdamgia.ru/formula/2c/2cd846c62474f70be3291ce24c1bcf6ap.pngили https://ege.sdamgia.ru/formula/a7/a74e9e6d17f53151357e01c1cff56744p.png

При https://ege.sdamgia.ru/formula/f6/f6d5eef5ee5e51fc839bb54201c62e3bp.pngуравнение принимает вид и имеет три различных решения:

Заметим, что https://ege.sdamgia.ru/formula/95/958b2bd8ca880c086ef4f836abc014c3p.pngпри https://ege.sdamgia.ru/formula/84/8404c4a7066ba5f6b1cfce253400b04cp.pngпри https://ege.sdamgia.ru/formula/3d/3dcb5208c5ab1d884a879267c366cec2p.png

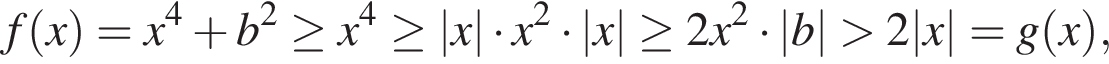
Рассмотрим случай https://ege.sdamgia.ru/formula/a7/a74e9e6d17f53151357e01c1cff56744p.png

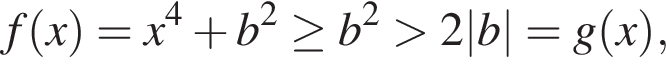
Если https://ege.sdamgia.ru/formula/e8/e8d0da174b49aed5f9bc26f3e4261c64p.pngто то есть уравнение решений не имеет.

Если https://ege.sdamgia.ru/formula/49/4969410cc4b53a0810f8b9e3f4a7a9b6p.pngто причём равенство возможно только при https://ege.sdamgia.ru/formula/b2/b2e1a7a40f43fe57ecb152ce9a784a08p.png

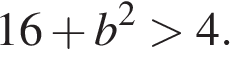
Значит, при https://ege.sdamgia.ru/formula/74/7427dbaeedda393ae6f7521a1a7e68f2p.pngуравнение https://ege.sdamgia.ru/formula/59/59bf3cb51b9f4f441d7f15bd5439ac62p.pngимеет единственное решение.

Рассмотрим случай https://ege.sdamgia.ru/formula/96/9658319cea7ecdef240c111af29b119fp.png

Если https://ege.sdamgia.ru/formula/91/9164818ff7a0bb52c9e3dfdea21f5daep.pngто то есть уравнение решений не имеет.

Если https://ege.sdamgia.ru/formula/22/224952d87e73cc757267fe29bd337140p.pngто то есть уравнение решений не имеет.

Рассмотрим случай https://ege.sdamgia.ru/formula/6b/6b9ee6b8e605c938eaef571d99407034p.png

В этом случае верны неравенства https://ege.sdamgia.ru/formula/82/8223a25cf4fe294b8f360b97f39ba010p.pngи https://ege.sdamgia.ru/formula/11/1177e60bfded99b19142eceacb0caa6cp.pngтак как и Значит, уравнение https://ege.sdamgia.ru/formula/59/59bf3cb51b9f4f441d7f15bd5439ac62p.pngимеет решения отличные от нуля, а значит решений больше одного.

Таким образом, уравнение https://ege.sdamgia.ru/formula/fd/fd372ed1cc26dc7676a34e83b4ef2eacp.pngимеет единственное решение или не имеет решений при https://ege.sdamgia.ru/formula/b0/b0e588aafb2b16a7300c1ed68813c3b8p.pngи https://ege.sdamgia.ru/formula/4c/4c7bdf3178ca60b976dd6aebfbb401a9p.pngто есть при https://ege.sdamgia.ru/formula/cd/cd58d763b11db0085d99983a1ff8730bp.pngи https://ege.sdamgia.ru/formula/ea/eaf011b47abe533fc7fb37f4a9be3516p.png

Ответ: https://ege.sdamgia.ru/formula/da/da9a394dab022d44d31aa2883eed5f31p.png

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Обоснованно получен правильный ответ | 4 |
| С помощью верного рассуждения получено множество значений *а*, отличающееся от искомого конечным числом точек | 3 |
| С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений *а* | 2 |
| Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений *а* | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 4 |

500411

https://ege.sdamgia.ru/formula/da/da9a394dab022d44d31aa2883eed5f31p.png

Раздел кодификатора ФИПИ/Решу ЕГЭ: [Уравнение с модулем](https://ege.sdamgia.ru/search?keywords=1&cb=1&search=Уравнение%20с%20модулем), [Уравнения высших степеней](https://ege.sdamgia.ru/search?keywords=1&cb=1&search=Уравнения%20высших%20степеней)

Методы алгебры: Введение замены

Методы геометрии: Симметрия в решениях, Симметрия в решениях

**19. Задание 19 №**[**526730**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=526730)

**19.** Петя играет солдатиками из двух разных наборов. В первом наборе солдатиков меньше, чем во втором, но больше чем https://ege.sdamgia.ru/formula/f1/f113baf6bfea0b3de3bdb49ad2d3937fp.pngА всего солдатиков у Пети меньше https://ege.sdamgia.ru/formula/86/865c6da85f4b1e1460582e35ba2f33e2p.pngПетя знает, что может построить колонну по несколько солдатиков в ряд так, что в каждом ряду будет одинаковое число солдатиков, большее https://ege.sdamgia.ru/formula/f7/f7fa305fb046fd1dea467d0e82fc53f5p.pngи при этом ни в каком ряду не будет солдатиков из разных наборов.

а) Сколько солдатиков может быть в первом наборе и сколько во втором? Приведите один пример.

б) Может ли Петя построить колонну указанным способом по https://ege.sdamgia.ru/formula/c5/c51ce410c124a10e0db5e4b97fc2af39p.pngсолдатиков в ряд?

в) Сколько всего солдатиков может быть у Пети? Укажите все возможные варианты.