**Секреты математики для увлеченных Занятие 21.04.2020**

**Применение полученных знаний и отработка навыков**

**математической грамотности (Занятие №3)**

**Ход занятия:**

Используя полученные знания, решите представленные ниже задания. Оценку выполнения просмотреть и применить для себя.

**Задание для решения:**

**13.** а) Решите уравнение .

б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку 

**Решение.**

а) Запишем исходное уравнение в виде:





б) С помощью числовой окружности отберем корни, принадлежащие отрезку Получим числа: .

Ответ: а) б) .

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах. | 2 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*ИЛИполучены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта и *а* пункта *б* | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

520944

а) б) .

Источник: ЕГЭ — 2018. Ос­нов­ная волна 01.06.2018. Вариант 326 (C часть)., За­да­ния 13 (С1) ЕГЭ 2018

**14. Задание 14 №**[**507788**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=507788)

**14.** Сторона основания правильной треугольной призмы *ABCA*1*B*1*C*1 равна 8. Высота этой призмы равна 6.

а) Докажите, что плоскость, содержащая прямую *AB*1 и параллельная прямой *CA*1 проходит через середину ребра *BC*.

б) Найти угол между прямыми *CA*1 и *AB*1.

**Решение.**

Достроим треугольную прямую призму до четырехугольной прямой призмы, в основании которой ромб *ABDC*, составленный из двух равносторонних треугольников.

Полученная призма является прямым параллелепипедом. Поэтому 

а) Плоскость параллельна прямой по признаку параллельности. Диагонали ромба пересекают друг друга посередине, поэтому плоскость проходит через середину ребра .

б), значит, искомый угол Рассмотрим ромб площадь ромба равна произведению квадрата его стороны на синус угла ромба: С другой стороны, площадь ромба можно найти как полупроизведение длин его диагоналей: следовательно, 

Из прямоугольного треугольника по теореме Пифагора находим: Аналогично, Значит, из равнобедренного треугольника

получаем



**Примечание 1.**

Диагональ ромба можно было найти по теореме косинусов для треугольника *ABD*.

**Примечание 2.**

Для нахождения угла можно применить в треугольнике теорему косинусов:





откуда 

Ответ: или 

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Обоснованно получен верный ответ. | 2 |
| Способ нахождения искомого угла верен, но получен неверный ответ или решение незакончено. | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

507788

или 

Методы геометрии: Метод площадей

Классификатор стереометрии: Построения в пространстве, Правильная треугольная призма

**15. Задание 15 №**[**526530**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=526530)

**15.** Решите неравенство 

**Решение.**

Запишем исходное неравенство в виде





Неравенство определено при поэтому при неравенство принимает вид:



откуда Учитывая ограничение получаем: 

Ответ:

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Обоснованно получен верный ответ. | 2 |
| Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки −1,ИЛИполучен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. | 0 |

526530



Источник: Основная волна ЕГЭ по математике 29.05.2019. Вариант 324, За­да­ния 15 (С3) ЕГЭ 2019

**16. Задание 16 №**[**520211**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=520211)

**16.** Точка *I* — центр окружности *S*1, вписанной в треугольник *ABC*, точка *O* — центр окружности *S*2, описанной около треугольника *BIC*.

а) Докажите, что точка *O* лежит на окружности, описанной около треугольника *ABC*.

б) Найдите косинус угла *BAC*, если радиус описанной окружности треугольника *ABC* относится к радиусу окружности *S*2 как 2:3.

**Решение.**



а) Обозначим Поскольку *I* — точка пересечения биссектрис треугольника *ABC* , получаем, что Дуга *BC* окружности *S*2, не содержащая точки *I*, вдвое больше вписанного в эту окружность угла *BIC*, т. е. равна 180°+α. Значит, дуга *BIC* окружности *S*2 равна Сумма углов при вершинах *A* и *O* четырехугольника *ABOC* равна 180°, значит, этот четырехугольник вписанный. Следовательно, точка *O* лежит на окружности, описанной около треугольника *ABC*.

б) Пусть *r* и *R* — радиусы описанной окружности треугольника *ABC* и окружности *S*2 соответственно. По теореме синусов:



Значит,



откуда Следовательно, 

Ответ:

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*. | 3 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте *б*.ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. | 2 |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*.ИЛИПри обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки.ИЛИОбоснованно получен верный ответ в пункте *б* и использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен. | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. | 0 |
| *Максимальный балл* | 3 |

520211



Классификатор планиметрии: Окружности и треугольники

**17. Задание 17 №**[**518112**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=518112)

**17.** Мистер Джонсон по случаю своего тридцатилетия открыл 1 октября 2010 года в банке счёт, на который он ежегодно кладет 6000 рублей. По условиям вклада банк ежегодно начисляет 30% на сумму, находящуюся на счёте. Через 7 лет 1 октября 2017 года октября, следуя примеру мистера Джонсона, мистер Браун по случаю своего тридцатилетия тоже открыл в банке счет, на который ежегодно кладёт по 13 800 рублей, а банк начисляет 69% в год. В каком году после очередного пополнения суммы вкладов мистера Джонсона и мистера Брауна сравняются, если деньги со счетов не снимают?

**Решение.**

Через *n* лет 1 октября на первом счёте будет сумма (суммируем *n* + 1 член геометрической прогрессии)



В это же время на втором счёте будет сумма



Приравняем эти суммы и решим полученное уравнение:



Таким образом, суммы на счетах сравняются через 13 лет после открытия первого вклада, то есть в 2023 году.

Ответ: 2023.

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Обоснованно получен верный ответ | 3 |
| Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат:— неверный ответ из-за вычислительной ошибки;— верный ответ, но решение недостаточно обосновано | 2 |
| Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 3 |

518112

2023.

Раздел кодификатора ФИПИ/Решу ЕГЭ: [Задачи о вкладах](https://ege.sdamgia.ru/search?keywords=1&cb=1&search=Задачи%20о%20вкладах), [Задачи о кредитах](https://ege.sdamgia.ru/search?keywords=1&cb=1&search=Задачи%20о%20кредитах), [Общие задачи по финансовой математике](https://ege.sdamgia.ru/search?keywords=1&cb=1&search=Общие%20задачи%20по%20финансовой%20математике), [Банки, вклады, кредиты](https://ege.sdamgia.ru/search?keywords=1&cb=1&search=Банки,%20вклады,%20кредиты)

**18. Задание 18 №**[**500411**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=500411)

**18.** Найдите все значения при каждом из которых уравнение либо имеет единственное решение, либо не имеет решений.

**Решение.**

Введём обозначения: 

В этих обозначениях исходное уравнение принимает вид 

Если некоторое число является решением этого уравнения, то и число также является его решением, поскольку функции и — чётные. Значит, если уравнение имеет единственное решение, то это решение 

Решим уравнение относительно 



значит, является решением уравнения при или 

При уравнение принимает вид и имеет три различных решения:

Заметим, что при при 

Рассмотрим случай 

Если то то есть уравнение решений не имеет.

Если то причём равенство возможно только при 

Значит, при уравнение имеет единственное решение.

Рассмотрим случай 

Если то то есть уравнение решений не имеет.

Если то то есть уравнение решений не имеет.

Рассмотрим случай 

В этом случае верны неравенства и так как и Значит, уравнение имеет решения отличные от нуля, а значит решений больше одного.

Таким образом, уравнение имеет единственное решение или не имеет решений при и то есть при и 

Ответ: 

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Обоснованно получен правильный ответ | 4 |
| С помощью верного рассуждения получено множество значений *а*, отличающееся от искомого конечным числом точек | 3 |
| С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений *а* | 2 |
| Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений *а* | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 4 |

500411



Раздел кодификатора ФИПИ/Решу ЕГЭ: [Уравнение с модулем](https://ege.sdamgia.ru/search?keywords=1&cb=1&search=Уравнение%20с%20модулем), [Уравнения высших степеней](https://ege.sdamgia.ru/search?keywords=1&cb=1&search=Уравнения%20высших%20степеней)

Методы алгебры: Введение замены

Методы геометрии: Симметрия в решениях, Симметрия в решениях

**19. Задание 19 №**[**526730**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=526730)

**19.** Петя играет солдатиками из двух разных наборов. В первом наборе солдатиков меньше, чем во втором, но больше чем А всего солдатиков у Пети меньше Петя знает, что может построить колонну по несколько солдатиков в ряд так, что в каждом ряду будет одинаковое число солдатиков, большее и при этом ни в каком ряду не будет солдатиков из разных наборов.

а) Сколько солдатиков может быть в первом наборе и сколько во втором? Приведите один пример.

б) Может ли Петя построить колонну указанным способом по солдатиков в ряд?

в) Сколько всего солдатиков может быть у Пети? Укажите все возможные варианты.