**Секреты математики для увлеченных Занятие 04.05.2020**

**Применение полученных знаний и отработка навыков**

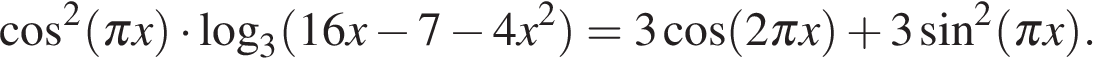
**математической грамотности (Занятие № 5 )**

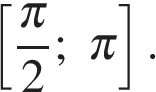
**Ход занятия:**

Проверить решение предыдущего задания и оцени себя.

**Задание для решения:**

**1.**

а) Решите уравнение 

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку 

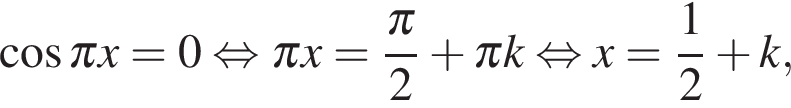
**Решение.**

Преобразуем уравнение:

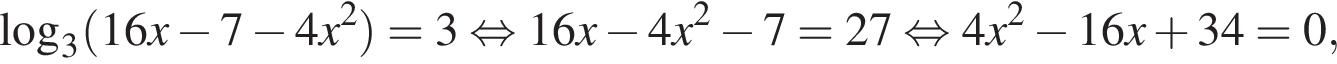


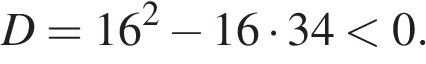


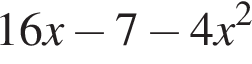
Поэтому либо

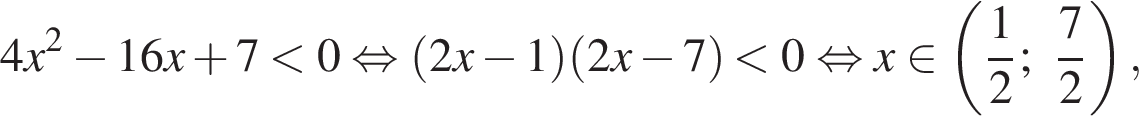
https://ege.sdamgia.ru/formula/c2/c2c7b0c3ad038539a839ee171afba535p.png

либо

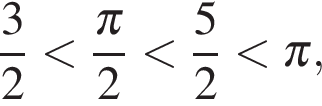


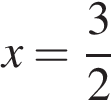
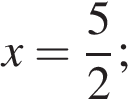


Кроме того, должно быть положительно, иначе логарифм не определен. Значит,



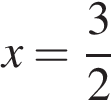
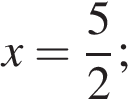
поэтому из первого набор подходят лишь https://ege.sdamgia.ru/formula/c1/c1c748afb52c2e930a5e7ec9255702cap.pngи https://ege.sdamgia.ru/formula/d9/d91fbff5fbc9f8ef5200f5fb2983cc1ap.png

б) Имеем: поэтому подходит только https://ege.sdamgia.ru/formula/d9/d91fbff5fbc9f8ef5200f5fb2983cc1ap.png

Ответ: а) и б) https://ege.sdamgia.ru/formula/d9/d91fbff5fbc9f8ef5200f5fb2983cc1ap.png

**Критерии проверки:**

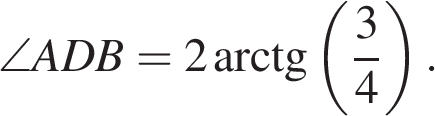
527442

а) и б) https://ege.sdamgia.ru/formula/d9/d91fbff5fbc9f8ef5200f5fb2983cc1ap.png

Источник: А. Ларин. Тре­ни­ро­воч­ный ва­ри­ант № 261.

Классификатор базовой части: 2.1.4 Тригонометрические уравнения, 2.1.6 Логарифмические уравнения, 2.2.9 Метод интервалов

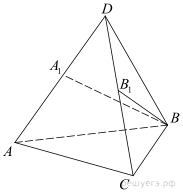
**2.**

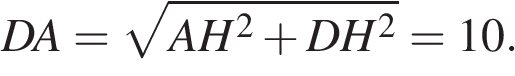
В правильной треугольной пирамиде *ABCD* сторона основания *ABC* равна 12, В треугольнике *ABD* проведена биссектриса https://ege.sdamgia.ru/formula/04/04728f63631433c3037798fcccebfea1p.pngа в треугольнике *BCD* проведены медиана https://ege.sdamgia.ru/formula/bb/bb0eae7613103277f5524aca43828b53p.pngи высота https://ege.sdamgia.ru/formula/2e/2e42fbe2f4867b7fb3e2465a81cee9dfp.png

а) Найдите объем пирамиды https://ege.sdamgia.ru/formula/ef/ef399e3e7ac24bbc4e5ac02a1a04a264p.png

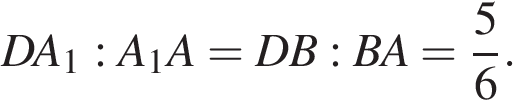
б) Найдите площадь проекции треугольника https://ege.sdamgia.ru/formula/14/146d093f16146d0ac52f8f219e6128b0p.pngна плоскость *ABC*.

**Решение.**



Пусть *H* — основание высоты треугольника *ADB*, проведенной из вершины *D*. Тогда https://ege.sdamgia.ru/formula/0f/0f53a3a4b28d932b18984b7524046dd9p.pngи поэтому https://ege.sdamgia.ru/formula/fe/fe9ff7da01e4f3b5da717aa2cdb95747p.pngи 

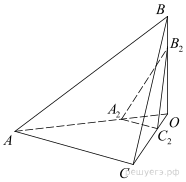
а) Поскольку https://ege.sdamgia.ru/formula/de/def337e814bb869a2278979041a73b5ap.pngбиссектриса,

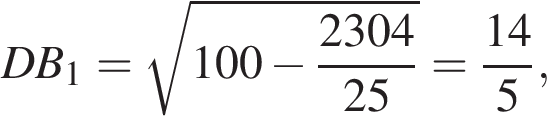


Площадь боковой грани равна поэтому

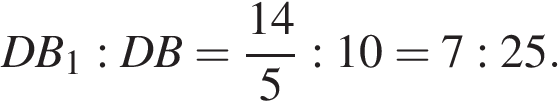


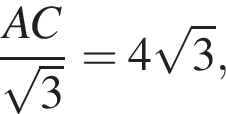
Тогда по теореме Пифагора для треугольника https://ege.sdamgia.ru/formula/c2/c25ea6652d30e400c316fbade5e176c6p.pngполучаем

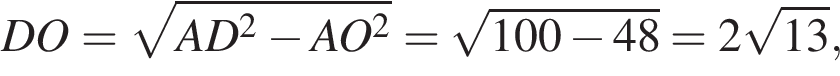




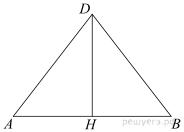
то есть

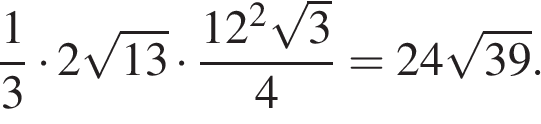


Расстояние от *A* до центра основания *O* равно поэтому

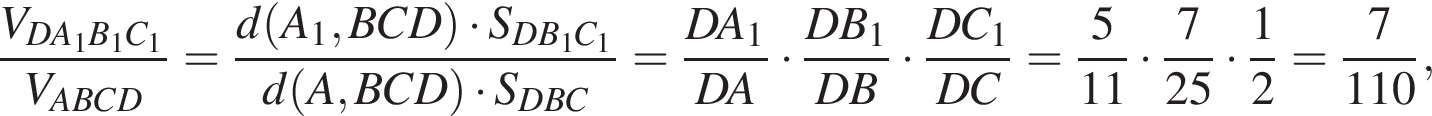


поэтому объем пирамиды *ABCD* равен:

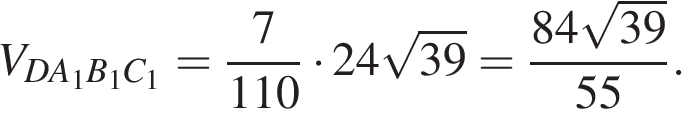




Далее:

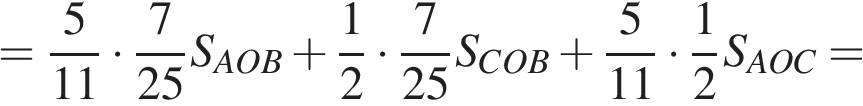


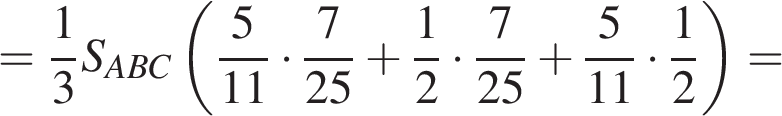
поэтому

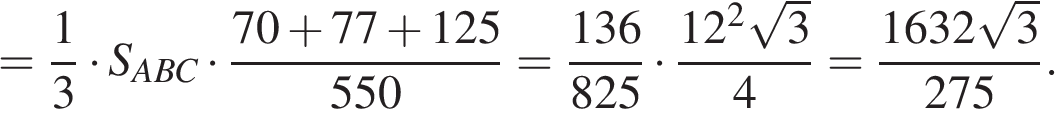


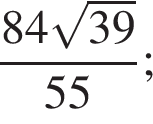
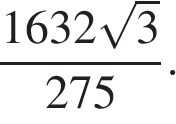
б) Очевидно проекции данных точек (https://ege.sdamgia.ru/formula/4e/4ee28a3ba099873f8410d2b2e35a21e2p.png https://ege.sdamgia.ru/formula/f7/f7c8059ef9bc90d528db577621b403b0p.pnghttps://ege.sdamgia.ru/formula/f0/f0350e5818b058dbcfd95f155e417f6ap.png) делят отрезки *AO*, *BO*, *CO* в том же отношении, в каком сами точки делят боковые ребра. Поэтому:

https://ege.sdamgia.ru/formula/a1/a14a05e5dfe71a97c84447753161f887p.png





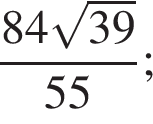
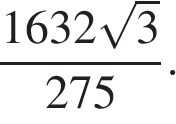


Ответ: а) б) 

**Критерии проверки:**

\*Критерии распространяются и на случай использования координатного метода

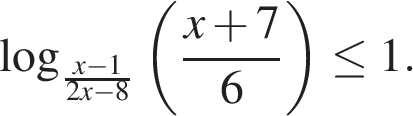
527443

а) б) 

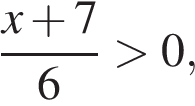
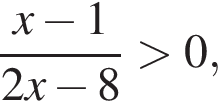
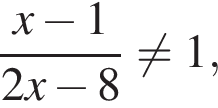
Источник: А. Ларин. Тре­ни­ро­воч­ный ва­ри­ант № 261.

Классификатор стереометрии: Объем тела, Площадь сечения и площадь проекции сечения, Правильная треугольная пирамида

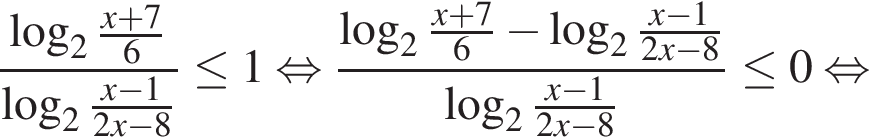
**3.**

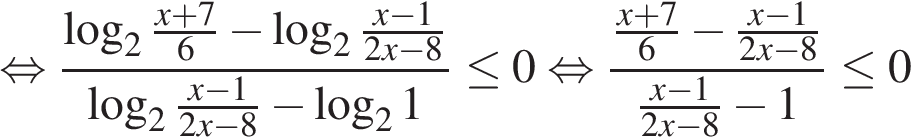
Решите неравенство: \

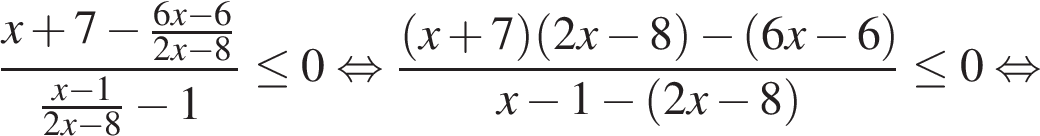
**Решение.**

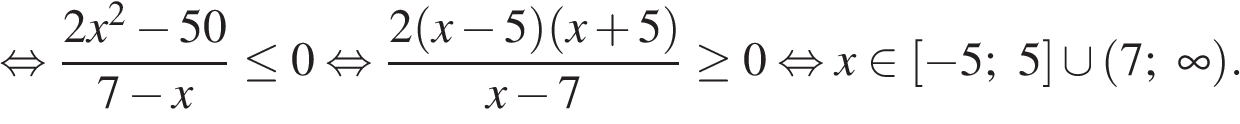
Сразу отметим, что то есть https://ege.sdamgia.ru/formula/0c/0cdefe0c9737b7e0fb0f3199422b8051p.pngто есть https://ege.sdamgia.ru/formula/17/17c061e65bba6bb05290b3a938943bdbp.pngили https://ege.sdamgia.ru/formula/6b/6b8de2ab0bbed41e198dc44e53ff2524p.pngи то есть https://ege.sdamgia.ru/formula/21/2109d33c4a5593d645affc673c4590f9p.pngИтого ОДЗ неравенства будет https://ege.sdamgia.ru/formula/10/1046d12ca4cac0b0f3be157a376f6a53p.png

Теперь преобразуем неравенство и рационализируем его:









Учитывая ОДЗ, окончательно получаем https://ege.sdamgia.ru/formula/ac/acc675a653f22fd1b7654ddac4717fa5p.png

Ответ: https://ege.sdamgia.ru/formula/ac/acc675a653f22fd1b7654ddac4717fa5p.png

**Критерии проверки:**

**527444**

**https://ege.sdamgia.ru/formula/ac/acc675a653f22fd1b7654ddac4717fa5p.png**

**Источник: А. Ларин. Тре­ни­ро­воч­ный ва­ри­ант № 261.**

**Раздел кодификатора ФИПИ/Решу ЕГЭ:** [**Неравенства с логарифмами по переменному основанию**](https://ege.sdamgia.ru/search?keywords=1&cb=1&search=Неравенства%20с%20логарифмами%20по%20переменному%20основанию)**,** [**Неравенства смешанного типа**](https://ege.sdamgia.ru/search?keywords=1&cb=1&search=Неравенства%20смешанного%20типа)

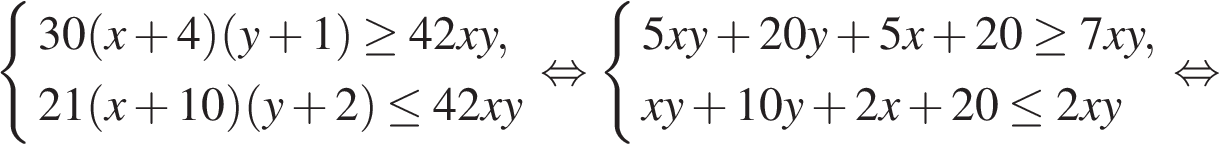
**Методы алгебры: Рационализация неравенств**

**Классификатор базовой части: 2.2.2 Рациональные неравенства, 2.2.9 Метод интервалов**

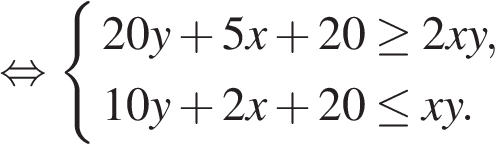
**4**.Бригада рабочих выполняет задание за 42 дня. Если бы в бригаде было на 4 человека больше и каждый рабочий бригады работал бы на 1 час в день дольше, то это же задание было бы выполнено не более чем за 30 дней. При увеличении бригады еще на 6 человек и рабочего дня еще на 1 час все задание было бы закончено не ранее чем через 21 день. Определите наименьшую при данных условиях численность бригады, а также продолжительность рабочего дня.

**Решение.**

Пусть в бригаде *x* рабочих и каждый работает *y* часов в день. Тогда все задание равно https://ege.sdamgia.ru/formula/9a/9af4a6db55ae3b994af924ff2d227881p.pngПо условию,



и



Значит,

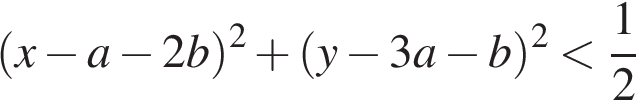
https://ege.sdamgia.ru/formula/ca/caa911a8cfac0a8edd9f61c9195f0585p.png

откуда https://ege.sdamgia.ru/formula/88/8832224ce7acd00c059b161ba558f74ap.pnghttps://ege.sdamgia.ru/formula/0e/0ebe8804cf158b80a6326393e2be20e6p.pngЕсли взять https://ege.sdamgia.ru/formula/ed/ed17b990a55e47373ed6452e997e2eb0p.pngто оба неравенства должны обратиться в равенства. То есть https://ege.sdamgia.ru/formula/e4/e4ac75060957de35a24ec9a5f17a38dbp.pngоткуда https://ege.sdamgia.ru/formula/fc/fca41f0fdb760c58e9d16d7d45b764cdp.pngПри этих значениях все условия выполняются.

Ответ: 20 человек, 6 часов.

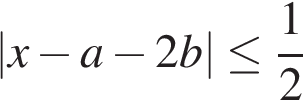
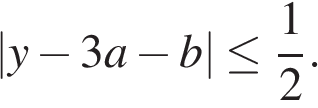
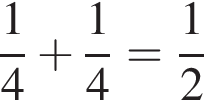
**Критерии проверки:**

6.Найдите все значения параметра *b*, при каждом из которых для любого *a* неравенство



имеет хотя бы одно целочисленное решение https://ege.sdamgia.ru/formula/a2/a2a3641ef56378c79e27d558e5645696p.png

**Решение.**

Выберем в качестве *x* и *y* результаты округления https://ege.sdamgia.ru/formula/d3/d3aa0dbf1ed23714563302de02e258d1p.pngи https://ege.sdamgia.ru/formula/e2/e27b834cac56d273824ee6412fa9d3c7p.pngдо ближайшего целого. Тогда и Если хоть одно из неравенств строгое, то сумма квадратов меньше чем и нужная точка найдена. Если же оба неравенства обращаются в равенства, то оба числа https://ege.sdamgia.ru/formula/d3/d3aa0dbf1ed23714563302de02e258d1p.pngи https://ege.sdamgia.ru/formula/e2/e27b834cac56d273824ee6412fa9d3c7p.png — полуцелые. Тогда оба модуля при любом выборе *x* и *y* будут не меньше https://ege.sdamgia.ru/formula/3f/3f1c9116ba5757f453c1fbcc794dba5bp.pngи сумма квадратов окажется не меньше https://ege.sdamgia.ru/formula/3c/3c4fd42463d5c28497d53ff6b05de5ccp.png

Итак, вопрос можно переформулировать так — при каких *b* не найдется такого *a*, чтобы и https://ege.sdamgia.ru/formula/d3/d3aa0dbf1ed23714563302de02e258d1p.pngи https://ege.sdamgia.ru/formula/e2/e27b834cac56d273824ee6412fa9d3c7p.pngбыли полуцелыми. Если они оба полуцелые, то при вычитании второго из утроенного первого получится целое число. Итак, если https://ege.sdamgia.ru/formula/14/14ef8abfe3ae0194a39de558fbcfa765p.pngне целое, то все в порядке. Если же оно целое, то подобрать неподходящее *a* можно. В зависимости от дробной части *b*, это делается так:

− 0: https://ege.sdamgia.ru/formula/b5/b502ef6477a224aec5135a35812e9e83p.png

− https://ege.sdamgia.ru/formula/86/8653a65aab653d34d4e89e7c7c105f6bp.pnghttps://ege.sdamgia.ru/formula/35/3580e7d0be0fc727942e69a848a0f8ddp.png

− https://ege.sdamgia.ru/formula/e6/e67ad073bf8dc72db7b3023b43fe3750p.pnghttps://ege.sdamgia.ru/formula/fd/fdb7fe5cac0b458c91afab8362468dcfp.png

− https://ege.sdamgia.ru/formula/27/271361659e6c77f07ecb8239cbb5a352p.pnghttps://ege.sdamgia.ru/formula/e0/e084e0c26f6c81a3ddfc49eba6b660d9p.png

− https://ege.sdamgia.ru/formula/38/3897104222af6d55d2b6d31cc932538fp.pnghttps://ege.sdamgia.ru/formula/35/35e5bd8ea0ea86523d653faa56a44ceap.png

Ответ: *b* любое, кроме тех, для которых https://ege.sdamgia.ru/formula/14/14ef8abfe3ae0194a39de558fbcfa765p.png — целое.

**Критерии проверки:**