**Название курса: «Финансовая математика»**

**Дата занятия: 07.05.20**

**Класс 10А, Б.**

**Тема занятия: « Методы оптимальных решений».**

За задание №17 по математике ЕГЭ профильный уровень можно получить 3 балла. Мы рассмотрим как решать экономические задачи ЕГЭ по математике, которые в каждом варианте профильного уровня по математике идут под номером 17.

Решение №17 включает в себя обязательное построение математической модели, то есть это обычная [текстовая задача](https://novstudent.ru/kak-reshat-tekstovyie-zadachi-po-matematike-ege/), но с экономическим (финансовым) уклоном и чаще всего с большим количеством вычислений.

Можно выделить несколько блоков заданий:

**1. Вклады и кредиты**

**2. Акции и другие ценные бумаги**

**3. Методы оптимальных решений**

Сегодня мы рассмотрим подробно задачи по теме «Методы оптимальных решений».

**Методы оптимальных решений**

Это особый блок, позволяющий максимизировать одну целевую функцию при учёте данных в условии ограничений.

Основные типы заданий в этом блоке:

1. Оптимизация работы на производстве с учётом цен на рынке товара и факторов производства;

2. Многозаводское производство (включая разные заводы, отели, и другие рабочие пространства);

3. Транспортная задача.

Разберём несколько задач с основными методами решения.

**Задача № 1.**

У фермера есть 2 поля, площадь каждого из которых составляет 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать пшеницу и ячмень. Урожайность пшеницы на первом поле составляет 500 ц/га, а на втором поле – 300 ц/га. Урожайность ячменя, наоборот, на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором поле – 500 ц/га. При этом известно, что между данными злаками поля можно делить в любом соотношении.

Если известно, что на рынке установилась цена на пшеницу 7000 рублей за центнер, а цена на ячмень 9000 рублей за центнер, то какой наибольший доход фермер может получить?

**Решение:**

Имеем 2 поля с различными характеристиками.

В целом, продавать ячмень выгоднее, чем продавать пшеницу, так как 9000 > 7000 рублей.

Более того, известно, что на втором поле урожайность ячменя выше, чем урожайность пшеницы (500 ц/га против 300 ц/га). Тогда очевидно, что второе поле полностью фермер займёт ячменём, откуда получит:

10·500· 9000= 45000000 рублей

Ситуация с первым полем не так очевидна.

Продавать ячмень, как и прежде, выгоднее, чем продавать пшеницу. Однако на первом поле урожайность ячменя ниже, чем урожайность пшеницы (300 ц/га против 500 ц/га).

Поэтому необходимо сравнить соотношения этих величин:

Тогда получается, что засеять первое поле пшеницей выгоднее, так как низкая цена компенсируется высокой урожайностью.

Доход с первого поля:

10 · 500 ·7000 = 35000000 рублей

Суммарный доход составит:

35000000 рублей + 45000000 рублей = 80000000 рублей

**Ответ**: 80000000 рублей

Есть и другие типы заданий, в которых необходимо будет применить не житейские знания, а навыки составления уравнений и нахождения наименьшего/ наибольшего значений функций.

**Задача № 2.**

На двух заводах есть по 360 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 5 часов в сутки для обработки чёрных или цветных металлов. На первом заводе один рабочий за час обрабатывает 0,3 кг чёрных металлов или 0,1 кг цветных металлов. На втором заводе для обработки x кг чёрных металлов в день требуется x2 человеко-часов труда, а для обработки у кг цветных металлов в день требуется у2 человеко-часов труда.

Владельцу заводов поступил заказ на обработку металлов, причём 1 кг чёрных металлов ценится заказчиком так же, как 1 кг цветных металлов. Какую наибольшую массу обработанных металлов может за сутки суммарно получить заказчик?

**Решение:**

Как и дано в условии, 1 кг чёрных металлов ценится заказчиком так же, как 1 кг цветных металлов, что означает, что металлы взаимозаменяемы в пропорции 1:1.

Пусть на втором заводе t рабочих обрабатывают чёрные металлы, тогда (360-t) рабочих обрабатывают цветные металлы.

Знаем, что x2 человеко-часов труда требуется обработки x кг чёрных металлов, а у2 человеко-часов труда требуется в день для обработки у кг цветных металлов.

На первом заводе один рабочий за час обрабатывает 0,3 кг чёрных металлов или 0,1 кг цветных металлов, однако чёрные и цветные металлы для заказчика равнозначны, из чего сделаем вывод, что все 360 рабочих обрабатывают чёрные металлы, то есть 108\*5 = 540 кг в день.

Имея соотношение на втором заводе и производительность рабочих на первом заводе, составим функцию возможного количества обработанных металлов:

Формула для расчета

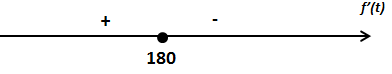
Необходимо найти наибольшее значение этой функций. Последовательность действий мы уже знаем из темы «Анализ функций». Необходимо:

1. Найти производную функции;

2. Приравнять производную к 0, получить точки, подозрительные на экстремум;

3. Определить знаки производной на полученных промежутках и проверить, какие точки являются точкой максимума, а какие – точкой минимума.

Проведём такую последовательность действий с нашей производственной функцией.

1. формула 9
2. Приравниваем производную к нулю.формула 11Приведём к общему знаменателю. формула 12Приравняем числитель к 0.формула 13Возведём в квадрат.формула 14Получили единственную точку экстремума.
3. Проверим, является ли она точкой максимума.Видим, что в точке t=180 производная меняет знак с + на -, тогда, по определению, это точка максимума. Итак, на втором заводе 180 рабочих обрабатывают чёрные металлы, тогда 180 рабочих обрабатывают цветные металлы. Поставим данные значения в изначальную целевую функцию.вычисления

Ответ: 600 кг.

Видим, что экономическая задача достаточно разнообразна, но и решать вы её можете абсолютно разными способами – через производные, составление таблиц, схем, выведение [формул](https://novstudent.ru/formulyi-po-matematike-po-ege-i-oge/) и простой перебор вариантов.

Самое главное – внимательно прочитать и понять условие.

**Решить самостоятельно задачи.**

***Задача № 1***. В 1-е классы поступает 45 человек: 20 мальчиков и 25 девочек. Их распределили по двум классам: в одном должно получиться 22 человека, а в другом ― 23. После распределения посчитали процент девочек в каждом классе и полученные числа сложили. Каким должно быть распределение по классам, чтобы полученная сумма была наибольшей?

**Задача № 2**.В распоряжении начальника имеется бригада рабочих в составе 24 человек. Их нужно распределить на день на два объекта. Если на первом объекте работает t человек, то их суточная зарплата составляет 4t2 у. е. Если на втором объекте работает t человек, то их суточная зарплата составляет t2 у. е. Как нужно распределить на эти объекты бригаду рабочих, чтобы выплаты на их суточную зарплату оказались наименьшими? Сколько у. е. в этом случае придется заплатить рабочим?

**Задача № 3**.У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 400 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 400 ц/га.

Фермер может продавать картофель по цене 10 000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 11 000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

**Задача № 4**. На каждом из двух заводов работает по 100 человек. На первом заводе один рабочий изготавливает за смену 3 детали *А* или 1 деталь *В*. На втором заводе для изготовления *t* деталей (и *А*, и *В*) требуется *t*2 человеко-смен. Оба завода поставляют детали на комбинат, где собирают изделие, причем для его изготовления нужна 1 деталь *А* и 3 детали *В*. При этом заводы договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

Желаю успехов !