**«Финансовая математика»**

 **21.05.20**

**Класс 10А, Б.**

 **Тема занятия: « Различные способы решения экономических задач в условиях подготовки к ЕГЭ».**

**Сегодня мы рассмотрим все виды экономических задач: на вклады, кредиты и оптимальный выбор, которые встречаются на вступительных экзаменах в Вузы.**

**Задача 1. (Кредиты).**

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на *r* процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где *r* — целое число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Дата | 15.01 | 15.02 | 15.03 | 15.04 | 15.05 | 15.06 | 15.07 |
| Долг(в млн рублей) | 1 | 0,6 | 0,4 | 0,3 | 0,2 | 0,1 | 0 |

Найдите наибольшее значение r, при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

**Решение.**

Пусть повышающий коэффициент 

В соответствии с этим обозначением и условием задачи заполним таблицу:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Месяц | Долг на 1-е число,млн. руб | Выплата,млн. руб | Долг на 15-е число,млн. руб |
| Январь |  |  | 1 |
| Февраль | *k* |  | 0,6 |
| Март | 0,6*k* |  | 0,4 |
| Апрель | 0,4*k* |  | 0,3 |
| Май | 0,3*k* |  | 0,2 |
| Июнь | 0,2*k* |  | 0,1 |
| Июль | 0,1*k* |  | 0 |

Найдём общую сумму выплат, сложив ежемесячные выплаты:





По условию:



Значит,



Откуда наибольшее целое значение r =7

Тем самым, ежемесячно остаток долга возрастал на 7%.

Ответ: r = 7.

**Задача 2. (Оптимальный выбор).**

Строительство нового завода стоит 78 млн рублей. Затраты на производство *х* тыс. ед. продукции на таком заводе равны  млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене *р* тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит  Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении *р* строительство завода окупится не более, чем за 3 года?

**Решение.**

Чтобы прибыль за три года была не меньше 78 млн руб. необходимо, чтобы ежегодная прибыль была не меньше 26 млн руб., то есть, чтобы выполнялось неравенство:



откуда, используя неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим, получаем



Удостоверимся, что это значение параметра достигается, то есть существует количество продукции *x*, при котором достигается эта цена.



Тем самым, при *p* = 10 (цене 10 тыс. руб) и *x* = 8 (производстве 8 тыс. единиц продукции), завод окупится за три года

Ответ: p = 10.

**Задача 3. ( Вклады).**

Владимир поместил в банк 3600 тысяч рублей под 10% годовых. В конце каждого из первых двух лет хранения после начисления процентов он дополнительно вносил на счет одну и ту же фиксированную сумму. К концу третьего года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 48,5%. Какую сумму Владимир ежегодно добавлял к вкладу?

**Решение.**

**Арифметический подход к решению.**

1. 3600 · 1,485 = 5346 тыс. руб. — размер вклада к концу третьего года хранения.

2. 3600 · 1,1 · 1,1 · 1,1 = 4791,6 тыс. руб. — размер вклада к концу третьего года хранения, зависящего от первоначально внесенной суммы.

3. 5346 − 4791,6 = 554,4 тыс. руб. составляют ежегодные дополнительно внесенные вклады, включая начисленные процентные надбавки.

4. Пусть одну часть из суммы 554,4 тыс. руб. составляет дополнительно внесенная сумма в третий год хранения вклада вместе с процентной надбавкой, начисленной на ту же сумму. Тогда 1,1 часть составит размер дополнительно внесенной суммы во второй год хранения вклада с учетом процентной надбавки, начисленной дважды (два года подряд).

5. Всего 1+1,1 = 2,1 (части).

6. 554,4 : 2.1 = 264 тыс. руб. — доля одной части от 554, 4 т. р. вместе с ежегодной процентной надбавкой.

7. 264 : 1,1 = 240 тыс. руб. — сумма, ежегодно добавленная к вкладу.

**Алгебраический подход к решению.**

Пусть Владимир ежегодно вносил на счет *x* тыс. руб.

К концу первого года хранения размер вклада стал 3600 · 1,1 = 3960 тыс. руб.

Владимир дополнительно внес *x* р. Размер вклада стал 3960 + *x* тыс. руб.

К концу второго года хранения размер вклада стал (3960 + *x*) · 1,1 = 4356 + 1,1*x* тыс. руб.

Владимир вновь сделал дополнительный взнос *x* тыс. руб.

Размер вклада стал 4356 + 1,1*x* + *x* = 4356 + 2,1*x* тыс. руб.

К концу года были начислены проценты на сумму 4356 + 2,1*x* тыс. руб.

Размер вклада стал (4356 + 2,1*x*) · 1,1 = 4791,6 + 2,31*x* тыс. руб., который равен 3600 · 1,485 =5346 тыс. руб.

Таким образом, составим и решим уравнение: 4791,6 + 2,31*x* = 5346 ⇔ 2,31*x* = 554,4 ⇔ *x* = 240.

Ответ: 240 тыс. рублей.

**Решите задачи самостоятельно.**

1. Василий кладет в банк 1 000 000 рублей под 10% годовых на 4 года (проценты начисляются один раз после истечения года) с правом докладывать три раза (в конце каждого года после начисления процентов) на счет фиксированную сумму 133 000 рублей. Какая максимальная сумма может быть на счете у Василия через 4 года?
2. В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 31% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга, равную 69 690 821 рубль.

Сколько рублей было взято в банке, если известно, что он был полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года)?

Садовод привез на рынок 91 кг яблок, которые после транспортировки разделил на три сорта. Яблоки первого сорта он продавал по 40 руб., второго сорта – по 30 руб., третьего сорта – по 20 руб. за килограмм. Выручка от продажи всех яблок составила 2170 руб. Известно, что масса яблок 2-го сорта меньше массы яблок 3-го сорта на столько же процентов, на сколько процентов масса яблок 1-го сорта меньше массы яблок 2-го сорта. Сколько килограммов яблок второго сорта продал садовод?

1. Сергей взял кредит в банке на срок 9 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на 12%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Сергеем. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Сколько процентов от суммы кредита составила сумма, уплаченная Сергеем банку сверх кредита?

Желаю удачи!