**Секреты математики для увлеченных Занятие 19.05.2020**

**Применение полученных знаний и отработка навыков**

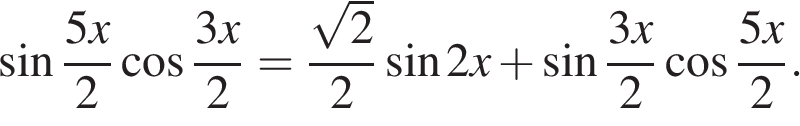
**математической грамотности**

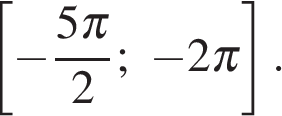
**Ход занятия:**

Используя полученные знания, решите представленные ниже задания. Оценку выполнения просмотреть и применить для себя, проверить решение.

**Задание для решения:**

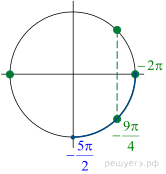
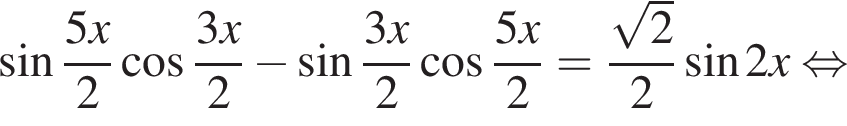
**1. Задание 13 №**[**529730**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=529730)

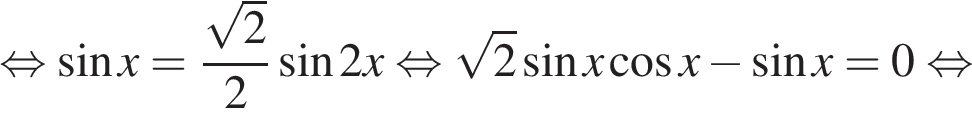
**1.** а) Решите уравнение 

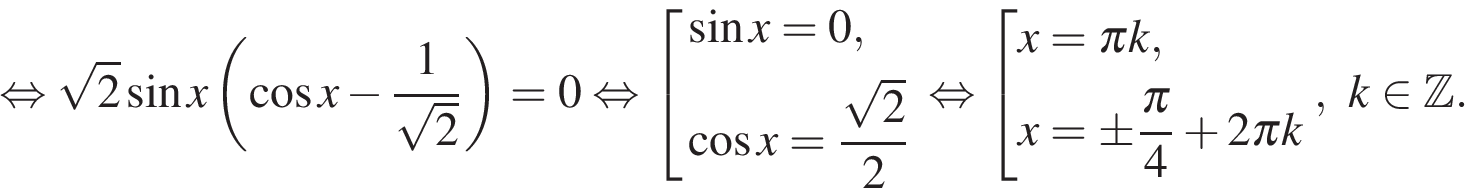
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку 

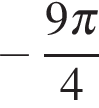
**Решение.**

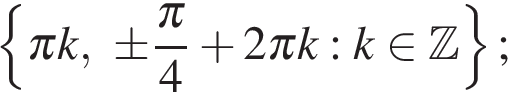
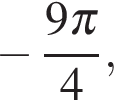
а) Преобразуем уравнение:







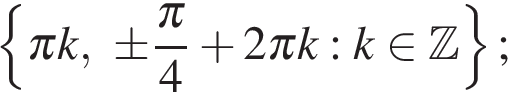
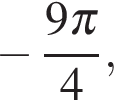
б) Отберем корни при помощи единичной окружности, найдём: и https://ege.sdamgia.ru/formula/a1/a16c6964473ccc5dc3dea4d6f81c12f6p.png

Ответ: а) б) https://ege.sdamgia.ru/formula/a1/a16c6964473ccc5dc3dea4d6f81c12f6p.png

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах. | 2 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*.  ИЛИ  получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов пункта *а* и пункта *б*. | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

529730

а) б) https://ege.sdamgia.ru/formula/a1/a16c6964473ccc5dc3dea4d6f81c12f6p.png

Источник: А. Ларин. Тре­ни­ро­воч­ный ва­ри­ант № 291.

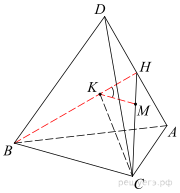
**2. Задание 14 №**[**529731**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=529731)

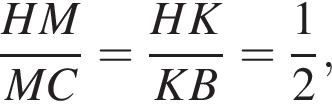
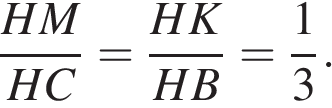
**2.** В правильном тетраэдре *ABCD* точка *K* — центр грани *ABD*, точка *M* — центр грани *ACD*.

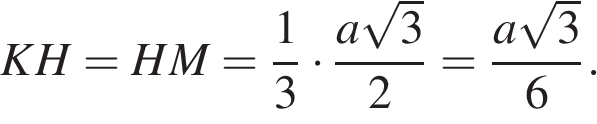
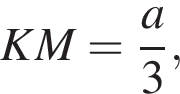
а) Докажите, что прямые *BC* и *KM* параллельны.

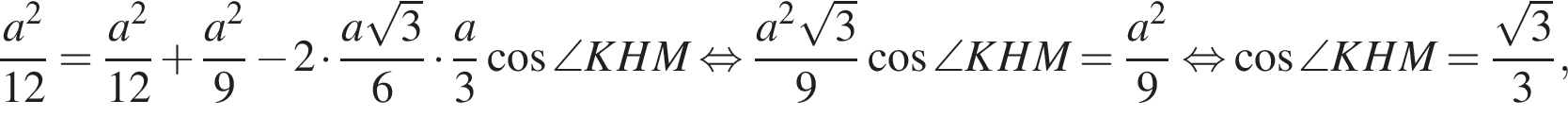
б) Найдите угол между прямой *KM* и плоскостью *ABD*.

**Решение.**

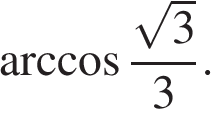


а) Рассмотрим медиану *CH* в треугольнике *CAD* и медиану *BH* в треугольнике *BAD*. Заметим, что следовательно, Таким образом, треугольники *HKM* и *HBC* подобны, а прямые *KM* и *BC* параллельны.

б) Отрезок *CK* соединяет вершину *C* c точкой *K* — центром противоположной грани *BAD*, следовательно, *CK* — высота тетраэдра, и прямая *CK* перпендикулярна грани *BDA*. Тогда плоскость *BCH* перпендикулярна плоскости *BAD*, следовательно, проекция *KM* — это прямая *BH*, а искомый угол  — *HKM*. Найдём его из треугольника *KMH*. Пусть ребро тетраэдра *a*, тогда По теореме косинусов,



а тогда 

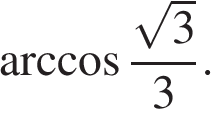
Ответ: б) 

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б | 2 |
| Выполнен только один из пунктов а и б | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

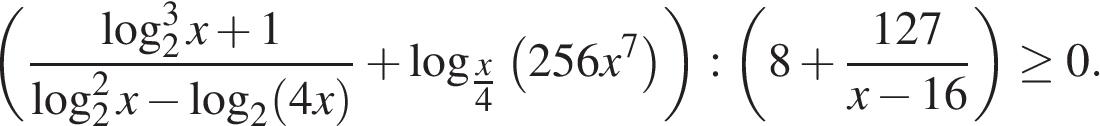
\*Критерии распространяются и на случай использования координатного метода

529731

б) 

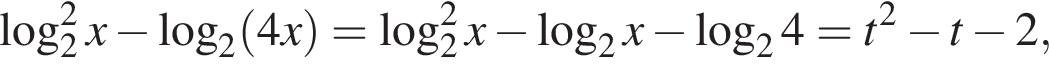
Источник: А. Ларин. Тре­ни­ро­воч­ный ва­ри­ант № 291.

**3. Задание 15 №**[**529732**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=529732)

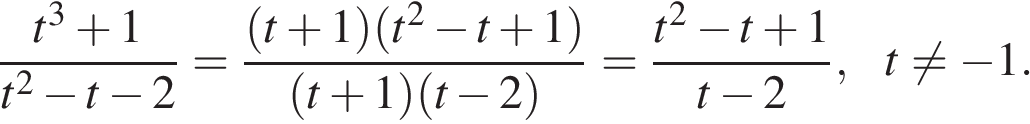
**3.** Решите неравенство: 

**Решение.**

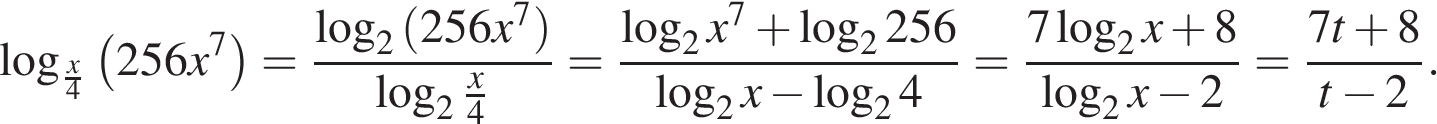
Преобразуем первую скобку. Пусть https://ege.sdamgia.ru/formula/b4/b40eeb06b7d643aba633153169aad842p.pngтогда



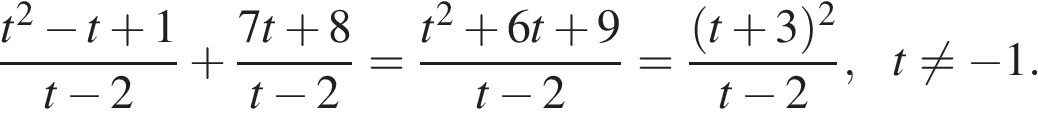
откуда для первого слагаемого получаем:



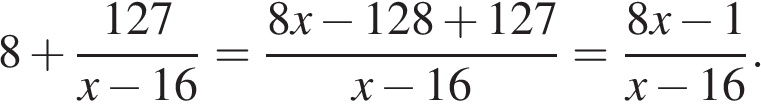
Во втором слагаемом перейдем к основанию 2:

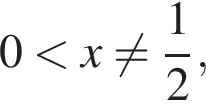


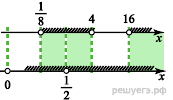
Тогда сумма слагаемых в первой скобке равна:

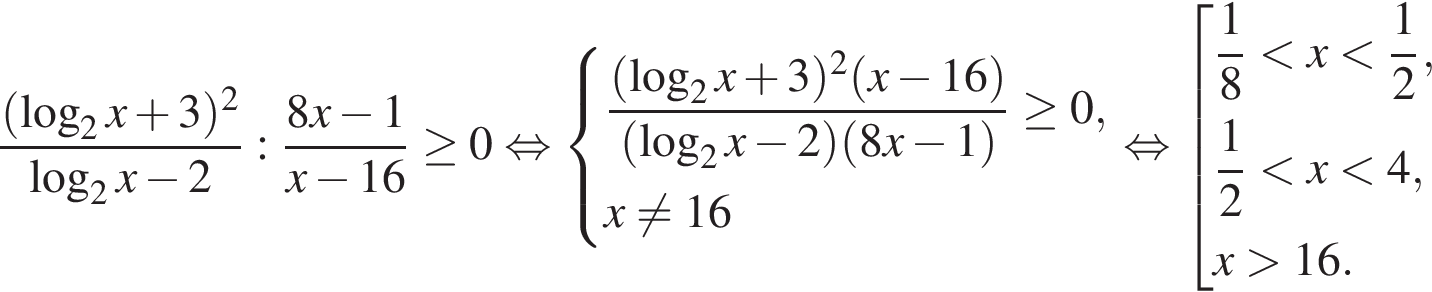


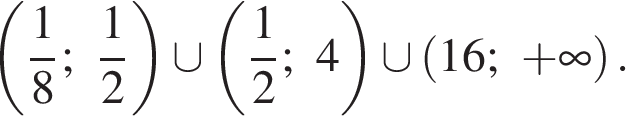
Преобразуем вторую скобку:



Тогда при условии https://ege.sdamgia.ru/formula/97/9789cd97c869ac77080f3ab54bf6f941p.pngто есть при запишем исходное неравенство в упрощенном виде и применим метод интервалов (см. рис.):



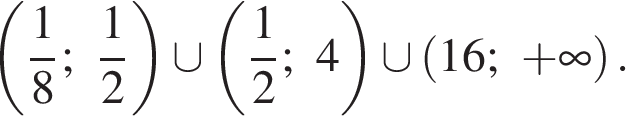


Ответ: 

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Обоснованно получен верный ответ. | 2 |
| Обоснованно получен ответ, неверный из-за недочета в решении или вычислительной ошибки | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

529732



Источник: А. Ларин. Тре­ни­ро­воч­ный ва­ри­ант № 291.

**4. Задания Д12 C4 №**[**529733**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=529733)

**4.** Окружности, построенные на сторонах *AB* и *CD* параллелограмма *ABCD*, как на диаметрах, касаются в точке *M*.

а) Докажите, что *ABCD* — ромб.

б) Пусть *P* и *Q* — точки пересечения продолжений диагоналей параллелограмма за точки *A* и *D* с общей касательной к окружностям. Найдите площадь треугольника *PQC*, если радиусы окружностей равны 2, а синус угла *BAD* равен https://ege.sdamgia.ru/formula/2f/2f95863f44d956523891e82ab6b16139p.png

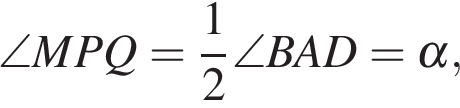
**Решение.**

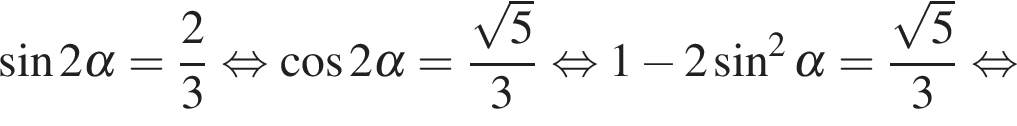
а) Пусть *O*1 и *O*2 — центры окружностей. Прямые *AO*1 и *O*2*D* равны и параллельны, следовательно, *AO*1*O*2*D* — параллелограмм, откуда https://ege.sdamgia.ru/formula/94/94db66605b93ef3f2ab06548621fe46fp.pngДалее,

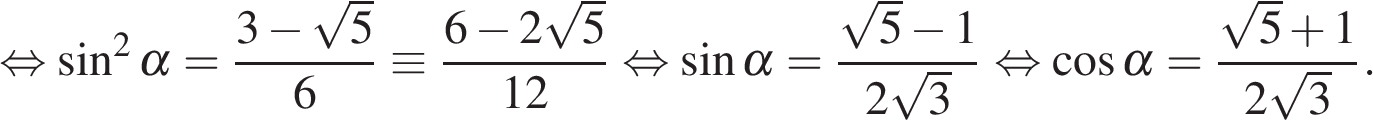
https://ege.sdamgia.ru/formula/9d/9d26ee0655f3278731ef478264dab419p.png

как радиусы, значит, https://ege.sdamgia.ru/formula/5f/5fd47287a7f8b6d21bfa93f8261769e0p.pngПоэтому *ABCD* — ромб.

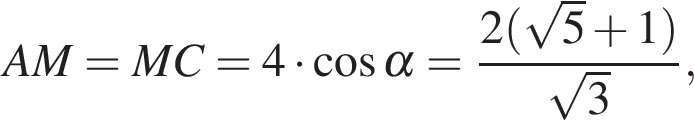
б) Пусть *R* и *T* — точки касания окружностей и их общей касательной. Тогда *RO*1*O*2*T* — прямоугольник, высота треугольника *MPQ*, проведённая из точки *M*, https://ege.sdamgia.ru/formula/38/38a4a10abc3fa01bef4600a03e01a87dp.pngИмеем:

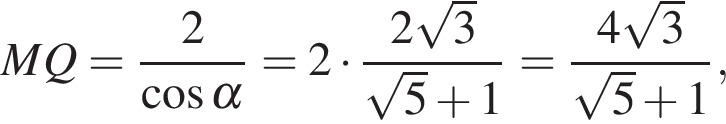


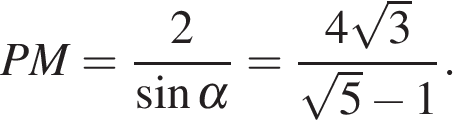




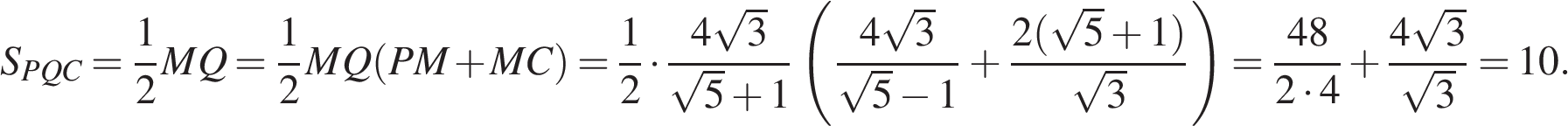
Далее:







Окончательно получаем:



Ответ: 10.

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б* | 3 |
| Получен обоснованный ответ в пункте *б*  ИЛИ  имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки | 2 |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*  ИЛИ  при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки.  ИЛИ  обоснованно получен верный ответ в пункте *б* и использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 3 |

529733

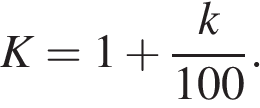
10.

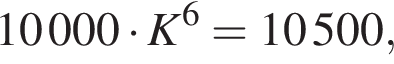
Источник: А. Ларин. Тре­ни­ро­воч­ный ва­ри­ант № 291.

**5. Задание 17 №**[**529734**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=529734)

**5.** 1 апреля 2017 г. Андрей Петрович положил 10 000 рублей на банковский вклад сроком на 1 год с ежемесячным начислением процентов и капитализацией под *a*% годовых. Это означает, что первого числа каждого месяца сумма вклада увеличивается на одно и то же количество процентов, рассчитанное таким образом, что за 12 месяцев она увеличится ровно на *a*%. Через 6 месяцев сумма вклада составила 10 500 рублей. Найдите *a*.

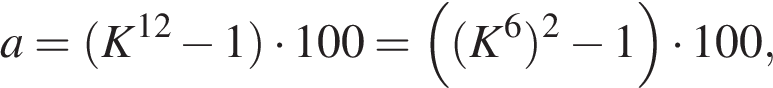
**Решение.**

Пусть каждый месяц сумма вклада увеличивается на *k* процентов, а Тогда через шесть месяцев сумма вклада будет равна а через двенадцать месяцев — Справедливы следующие равенства:

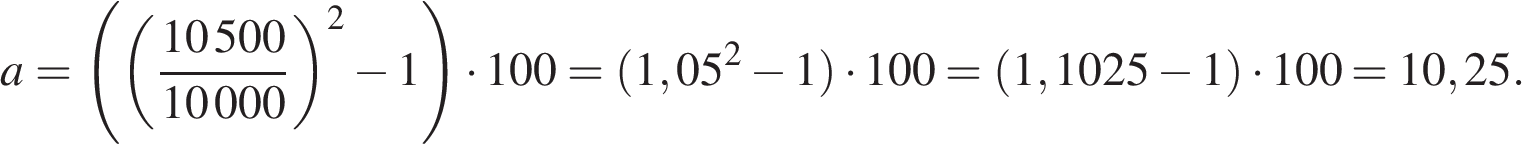




Выразим *a* из второго равенства:



подставим значение *K*6 из первого равенства:



Ответ: 10,25.

**Приведём решение Валентина Евстафьева (Санкт-Петербург).**

За первые 6 месяцев на начальную сумму 10 тыс. руб. была начислена прибыль 500 руб. Поскольку процент за месяц постоянен, то и за вторые 6 месяцев на эту начальную сумму была начислена такая же прибыль. А на прибыль первого полугодия, равную 500 руб., была начислена прибыль 25 руб. (поскольку 500 руб. в 20 раз меньше 10 тыс. руб., то и прибыль от 500 руб. в 20 раз меньше прибыли от 10 тыс. руб.). Тем самым, общая прибыль за год была равна 500 + 500 + 25 = 1025 руб., что составляет 10,25% от вложенной суммы.

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Обоснованно получен верный ответ | 3 |
| Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат:  — неверный ответ из-за вычислительной ошибки;  — верный ответ, но решение недостаточно обосновано | 2 |
| Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 3 |

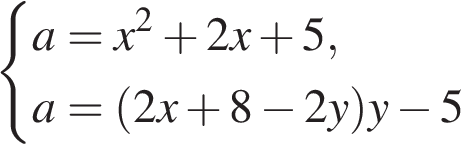
529734

10,25.

Источник: А. Ларин. Тре­ни­ро­воч­ный ва­ри­ант № 291.

**6. Задание 18 №**[**529735**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=529735)

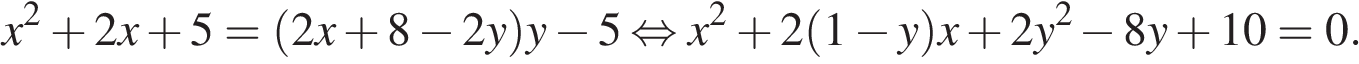
**6.** Найдите все значения параметра *a*, при которых система уравнений



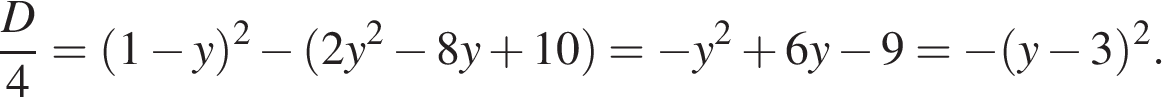
имеет единственное решение.

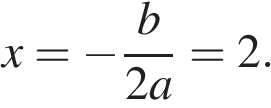
**Решение.**

Приравняем правые части уравнений исходной системы:

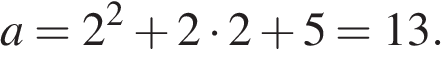


Полученное уравнение является квадратным относительно переменной *x*. Найдем одну четвертую дискриминанта:



Дискриминант неотрицателен только при https://ege.sdamgia.ru/formula/a6/a6b47b2c9919f1e9cba4c1b39a5aaea8p.pngа значит, единственным корнем уравнения является Тогда исходная система или имеет единственное решение https://ege.sdamgia.ru/formula/60/60ef2675e12fdb5853e95454b75d22d6p.pngили не имеет решений.

Из первого уравнения исходной системы найдём значение *a*, при котором у системы есть решение:



Ответ: https://ege.sdamgia.ru/formula/95/95a941e352a7ae50c8ad3e3f67134a80p.png.

**Критерии проверки:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Обоснованно получен правильный ответ. | 4 |
| С помощью верного рассуждения получен ответ, но в решении допущена вычислительная ошибка или оно недостаточно обосновано | 3 |
| С помощью верного рассуждения получен ответ, но в ходе решения допущена одна ошибка, отличная от вычислительной | 2 |
| Получены некоторые верные значения параметра, однако решение содержит более одной ошибки | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. | 0 |

529735

https://ege.sdamgia.ru/formula/95/95a941e352a7ae50c8ad3e3f67134a80p.png.

Источник: А. Ларин. Тре­ни­ро­воч­ный ва­ри­ант № 291.

**7. Задания Д16 C7 №**[**529736**](https://ege.sdamgia.ru/problem?id=529736)

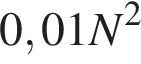
**7.** В магазине продаются мобильные телефоны, каждый из которых стоит целое число тысяч рублей (больше нуля, но менее 100 тыс.). Магазин установил скидки на несколько телефонов: если цена телефона составляет *N* тыс. руб., то он продаётся со скидкой *N*%.

а) Могла ли средняя величина скидки составить ровно 1 тыс. руб?

б) Могла ли средняя величина скидки составить ровно 2 тыс. руб?

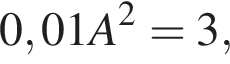
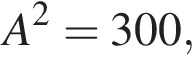
в) Известно, что средняя величина скидки составила ровно 3 тыс. руб. Какое наименьшее количество телефонов могло продаваться со скидкой?

**Решение.**

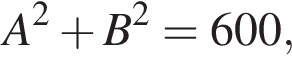
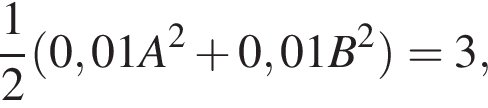
Если телефон стоил *N* тыс. руб., то его новая цена будет https://ege.sdamgia.ru/formula/33/33ef9e204c4e32b8436af951f6d80933p.pngтыс. руб., а скидка составит тыс. руб.

а) Да, например, если продавался один телефон, который стоил 10 тыс. руб.

б) Допустим, были телефон со стоимостью 20 000 руб. (скидка 4000 руб.) и два телефона со стоимостью 10 000 руб. (скидка 1000 руб.). В среднем будет как раз 2000 руб.

в) Если со скидкой продается один телефон ценой *A* тыс. руб., то должно быть то есть что невозможно.

Если продаются два телефона с ценами *A* и *B* тыс. руб., то должно быть



но это невозможно. Действительно, поскольку числа https://ege.sdamgia.ru/formula/37/372c8c0974114a670f97d71577e77b98p.pngи https://ege.sdamgia.ru/formula/d0/d050b20ef45c1a1a21cbbd0871f873cbp.pngдают остатки 0 или 1 от деления на 3, и их сумма делится на 3, то оба этих числа делятся на 3. Но если квадраты делятся на 3, то они делятся и на 9, а 600 на 9 не делится.

Если же взять три телефона с ценами 28, 4 и 10 тыс. руб., то средняя скидка составит

тыс. руб.

Ответ: а) да; б) да; в) 3.