**Название курса: «Финансовая математика»**

**Дата занятия: 28.05.20**

**Класс 10А, Б.**

**Тема занятия: « Различные способы решения экономических задач в условиях подготовки к ЕГЭ».**

**Сегодня мы рассмотрим все виды экономических задач: на вклады, кредиты и оптимальный выбор, которые встречаются на вступительных экзаменах в Вузы.**

**Задача № 1.**Миша и Маша положили в один и тот же банк одинаковые суммы под 10% годовых. Через год сразу после начисления процентов Миша снял со своего счета 5000 рублей, а еще через год снова внес 5000 рублей. Маша, наоборот, через год доложила на свой счет 5000 рублей, а еще через год сразу после начисления процентов сняла со счета 5000 рублей. Кто через три года со времени первоначального вложения получит большую сумму и на сколько рублей?

**Решение.**

Пусть для определенноcти Миша и Маша 15.01.12 положили в банк *x* рублей. Подготовим выписки из лицевых счетов Маши и Миши.

**Выписка из лицевого счета Маши.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Дата операции** | **Произведенная операция и на какую сумму** | | **Остаток на счете клиента (руб.)** |
| **Наименование операции** | **На какую сумму (руб.)/ размер в %** |
| 15.01.12 | Принято от клиента | *x* | *x* |
| 15.01.13 | Начислено на остаток | 10% | 1,1*x* |
| 15.01.13 | Принято от клиента | 5000 | 1,1*x* + 5000 |
| 15.01.14 | Начислено на остаток | 10% | 1,12*x* + 5500 |
| 15.01.14 | Выдано клиенту | 5000 | 1,12*x* + 500 |
| 15.01.15 | Начислено на остаток | 10% | 1,13*x* + 550 |
| 15.01.15 | Выдано клиенту | 1,13*x* + 550 | 0 |

**Выписка из лицевого счета Миши.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **операции** | **Произведенная операция и на какую сумму** | | **Остаток на счете клиента (руб.)** |
| **Наименование операции** | **На какую сумму (руб.)/ размер в %** |
| 15.01.12 | Принято от клиента | *x* | *x* |
| 15.01.13 | Начислено на остаток | 10% | 1,1*x* |
| 15.01.13 | Выдано клиенту | 5000 | 1,1*x* − 5000 |
| 15.01.14 | Начислено на остаток | 10% | 1,12*x* − 5500 |
| 15.01.14 | Принято от клиента | 5000 | 1,12*x* − 500 |
| 15.01.15 | Начислено на остаток | 10% | 1,13*x* − 550 |
| 15.01.15 | Выдано клиенту | 1,13*x* − 550 | 0 |

Итак, Маша получила на 1100 руб. больше, чем Миша.

Ответ: Миша, на 1100 рублей.

**Задача № 2.**

Производство *x* тыс. единиц продукции обходится в *q* = 0,5*x*2 + *x* + 7 млн рублей в год. При цене *p* тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет *px* − *q*. При каком наименьшем значении *p* через три года суммарная прибыль составит не менее 75 млн рублей?

**Решение.**

Прибыль (в млн рублей) за один год выражается величиной

****

Это выражение является квадратным трёхчленом и достигает своего наибольшего значения при *x* = *p* − 1. Прибыль составит не менее 75 млн рублей, если

****

то есть при *p* ≥ 9, поскольку цена продукции не может быть отрицательной. Таким образом, наименьшее значение *p* = 9, искомая наименьшая цена 9 тыс. руб.

**Ответ:** *p* = 9.

**Задача № 3.**

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 9 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наибольший годовой платёж составит 3,6 млн рублей?

**Решение.**

Ясно, что наибольшим является первый платёж, соответствующий максимальной сумме долга. Пусть кредит планируется взять на *n* лет. Первый платёж при выплате дифференцируемыми платежами равен  млн руб . По условию эта величина равна 3,6 млн руб., откуда По формуле для выплаты В при оплате кредита *S*, взятого под *r*% годовых, имеем:

****

Поэтому

**** млн руб

О решении таких заданий см. Гущин Д. Д. [«Встречи с финансовой математикой»](http://reshuege.ru/doc/math/gushchin_dd-finmatematika.pdf).

**Задачи для самостоятельного решения.**

1. Производство *x* тыс. единиц продукции обходится в  млн рублей в год. При цене *p* тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет При каком наименьшем значении *p* через четыре года суммарная прибыль может составить не менее 344 млн рублей?
2. 15‐го декабря 2018 года Саша и Паша взяли в банке одинаковые суммы в кредит на 12 месяцев. Банк предложил им похожие схемы погашения долга.

Условия возврата кредита у Саши оказались следующие:

— 1‐го числа каждого месяца долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2‐го по 14‐е число месяца необходимо выплачивать одним платежом часть долга;

— на 15‐е числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга, чем на 15‐е число предыдущего месяца.

У Паши условия возврата кредита были таковы:

— 1‐го числа каждого месяца долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2‐го по 14‐е число месяца необходимо выплачивать одним платежом часть долга;

— на 15‐е число каждого месяца с января по ноябрь включительно долг должен уменьшаться на 50 тыс. руб.;

— в декабре 2019 года весь оставшийся на тот момент долг должен быть полностью погашен.

Когда в декабре 2019 года Саша и Паша рассчитались со своими кредитами, выяснилось, что один из них выплатил за год банку на 429 тыс. руб. больше, нежели другой. Определите, какая сумма была взята каждым в кредит.

1. В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 31% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга, равную 69 690 821 рубль.

Сколько рублей было взято в банке, если известно, что он был полностью погашен тремя равными платежами ( то есть за три года)?